**Радианная мера угла.**

**Перечень вопросов, рассматриваемых в теме:**

1) Понятие тригонометрической окружности;

2) Поворот точки вокруг начала координат;

3) Длина дуги окружности и площадь кругового сектора.

**Глоссарий по теме**

**Окружность** – это замкнутая линия, все точки которой равноудалены от центра.

**Радиус окружности** – отрезок, соединяющий её центр с любой лежащей на окружности точкой.

**Круг** – часть плоскости, ограниченная окружностью.

**Дуга окружности** – кривая линия, лежащая на окружности и ограниченная двумя точками.

**Круговой сектор** – часть круга, ограниченная двумя радиусами.

**Угол в 1 радиан** – центральный угол, опирающийся на дугу, равную по длине радиусу окружности.

**Теоретический материал для самостоятельного изучения**

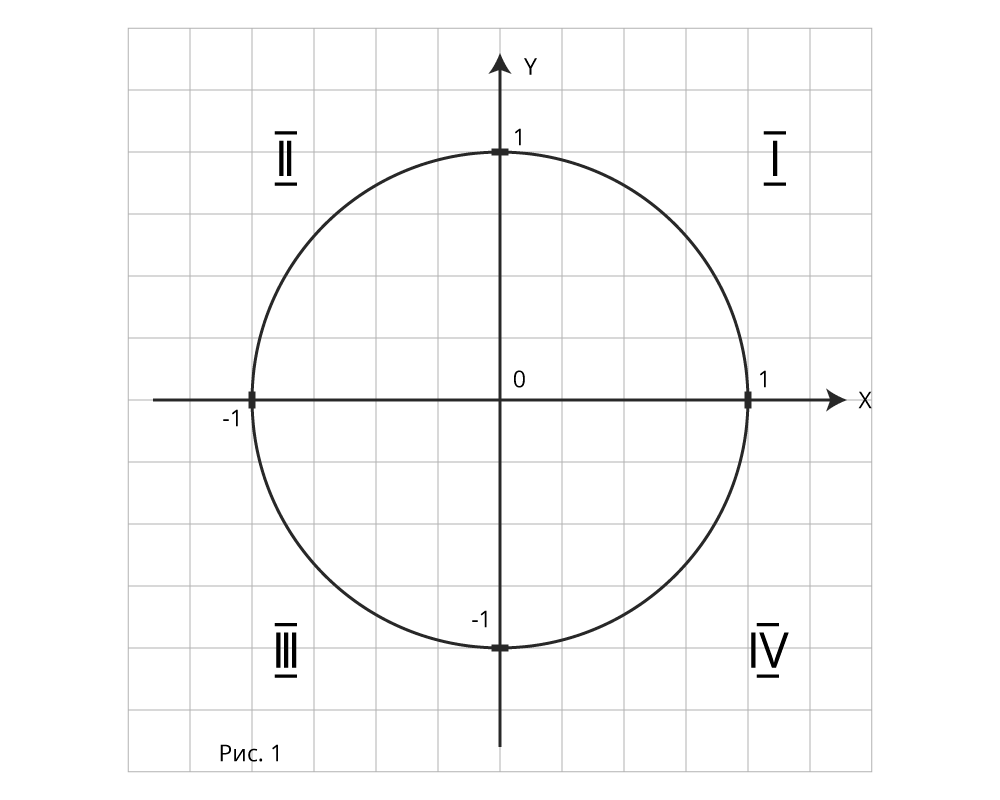
На уроках геометрии мы с вами изучали окружность, её элементы, свойства. Повторим понятие окружности. Это замкнутая линия, все точки которой равноудалены от центра.

Радиусом окружности называется отрезок, соединяющий её центр с любой лежащей на окружности точкой.

На окружности можно выделить дугу. А если рассмотреть круг - часть плоскости, ограниченной окружностью - то можно выделить круговой сектор.

***«Окружность бесконечно большого круга и прямая линия – одно и то же» Г. Галилей***

Действительно, и окружность и прямая – бесконечны. Рассмотрим окружность радиуса, равному 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат хОу с центром в начале координат. Такую окружность называют *единичной* или *тригонометрической*. (рис.1)



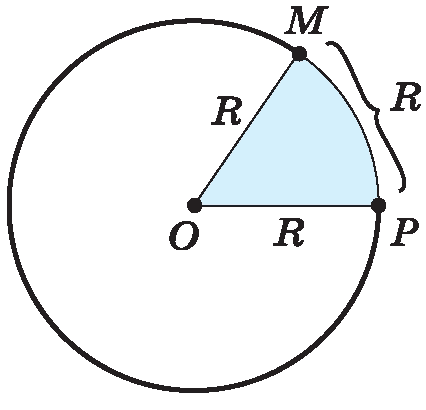
Длина этой окружности (в предыдущей задаче велотрека), как мы помним из уроков геометрии, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/66eb1fcb-afdb-4ede-90d4-d3d97392583a.png. А учитывая, что R=1, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/f2a20b5f-9ae6-4fc3-8f0a-115d7fc0e439.png, осями координат она поделена на четыре дуги, которые находятся соответственно в I, II, III и IV координатных четвертях.

Вычислите длину каждой дуги.

**Ответ**. длина каждой дуги равна https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/fba512d9-ab0a-4db4-a364-f8e3c56f1980.png части окружности или https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/1efc4c34-5da0-472b-81c4-2f6f58d335b0.png

Длина полуокружности равна https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/7510cbcc-6567-4486-b2c6-be5e85b0f496.png А так как образовался развернутый угол, то https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/1f9c5e11-0afb-41c4-baaf-ba3139f3982d.png180https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/f32b9ab1-304c-429c-8233-e53ddaac9d5d.png.

Рассмотрим дугу, равную по длине радиусу единичной окружности. Полученный центральный угол РОМ равен длине дуги МР=R.

рис.3

**Определение. Углом в 1 радиан называется центральный угол, опирающийся на дугу, равную по длине радиусу окружности.**

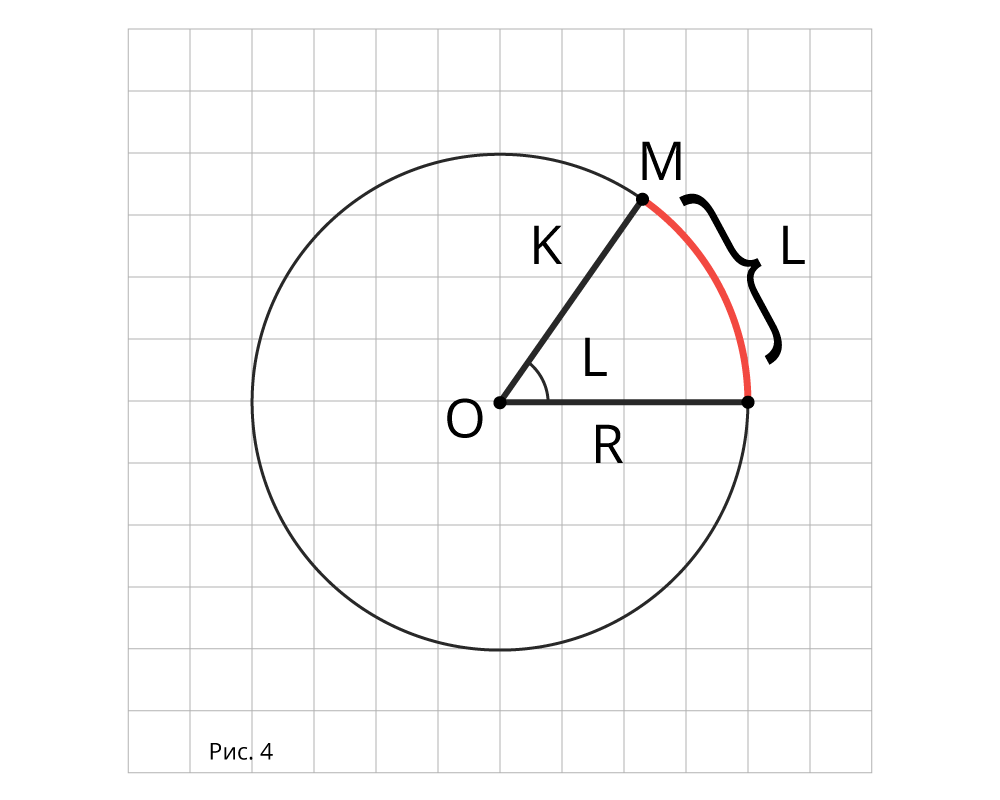
Обозначается***1рад.***

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/e37194a1-e593-4a75-a31d-32623d3d5f8f.png***;***

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/05d71802-4a60-4913-9150-c9d1c7d04d77.png

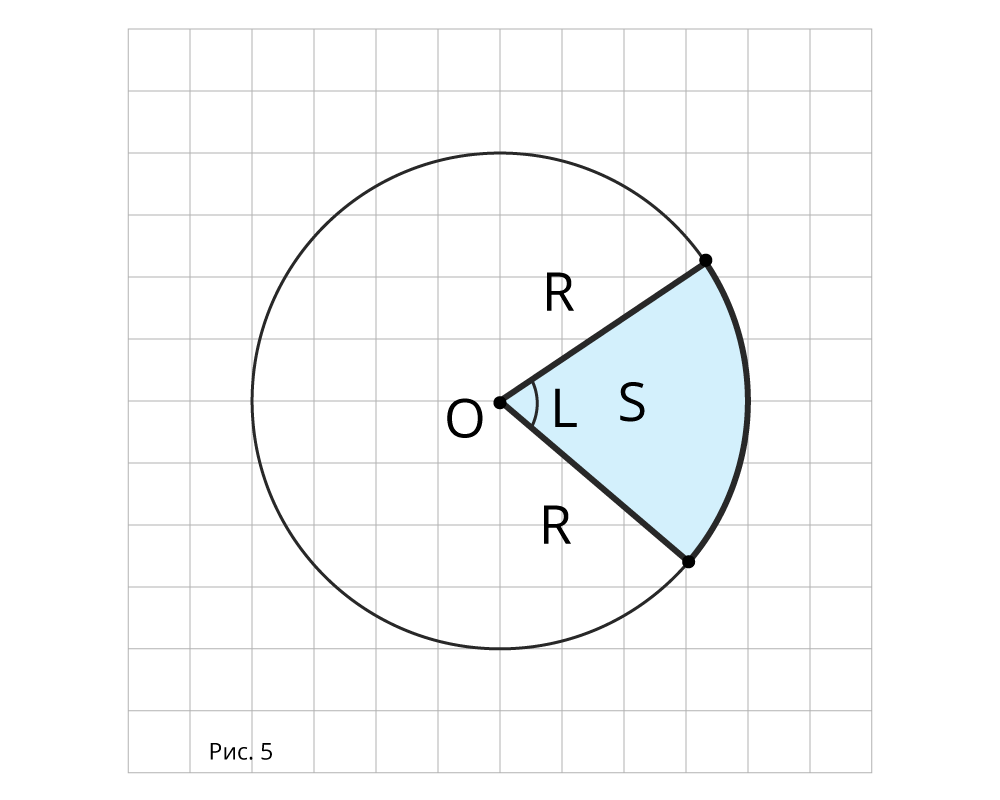
*https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/2e39d41f-98c3-401c-8472-77daa470bd7e.png α рад=(180/π α)°*(1)

**Длину дуги *l*окружности**радиуса R (рис.4)



можно вычислять по формулеhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/0fd365d5-62be-4efe-a4ec-ecb18659cc60.png(3)

А **площадь S кругового сектора** радиуса R и дугой https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/d9b0ce3a-06e9-4f39-b4ea-3d48c091e368.png рад (рис.5)

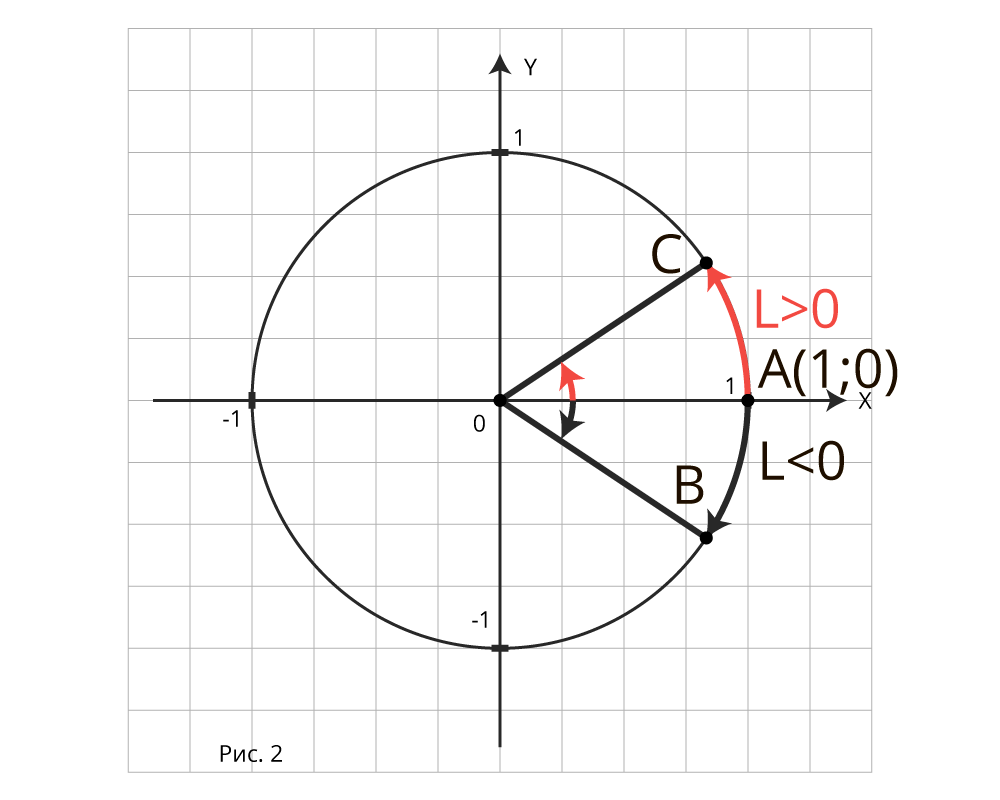


находят по формуле: https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/6dac5cec-13ca-4990-b9af-ef95d4ca9a4e.png, гдеhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/cad369f5-ea16-4aa1-8501-ffe0ab57ae64.png (4)

Вернёмся к единичной окружности в координатной плоскости.

Каждая точка этой окружности будет иметь координаты х и у такие, что выполняются неравенства **-1≤ х ≤ 1; -1≤ у ≤ 1.**

**Введём понятие поворота точки.**(рис.2)



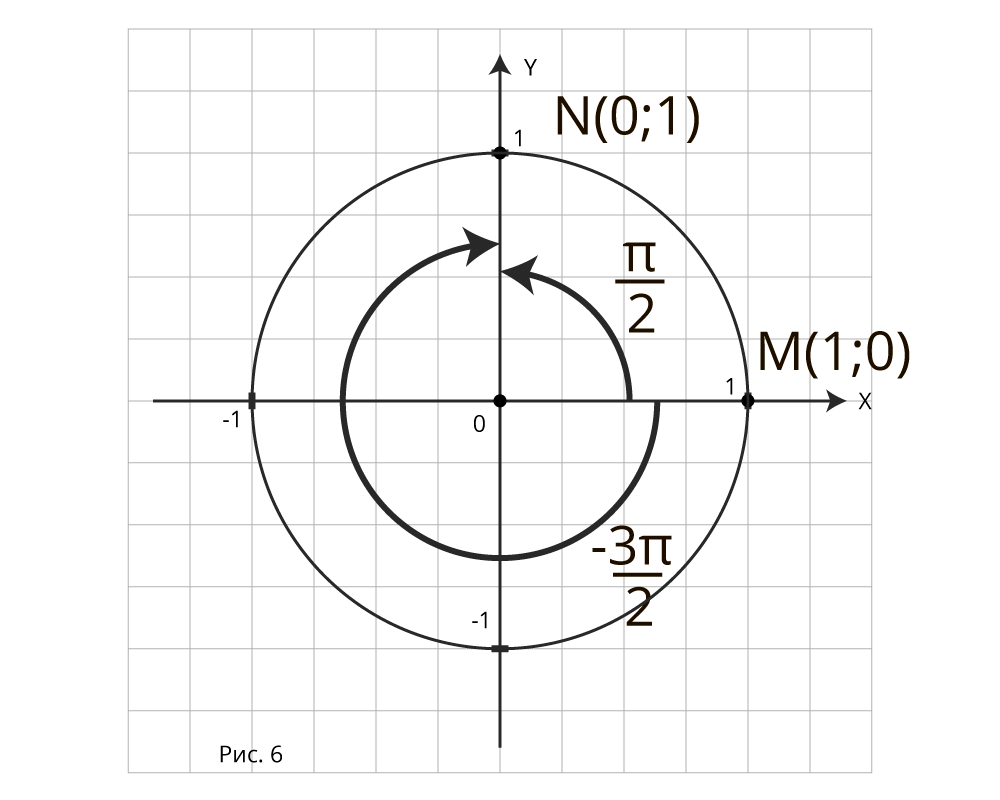
1. Пусть https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/32ed54c8-9f03-413c-8cb1-7dcf3181ae03.png Тогда точка А(1;0) будет двигаться по единичной окружности против часовой стрелки. Она пройдёт путь α рад от точки А(1;0) до точки В. Говорят, точка В получена из точки А поворотом на угол https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/d14b9cea-5022-45a9-a624-c0f2ad77b415.png
2. Пусть https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/35d0194c-8310-454f-9585-61f986e34d8c.png точка А(1;0) будет двигаться по единичной окружности по часовой стрелки . Она пройдёт путь α рад от точки А(1;0)до точки С. Говорят, точка С получена из точки А поворотом на угол - α.

При повороте на 0 рад точка остаётся на месте.

Давайте рассмотрим такой пример:

при повороте точки М(1;0) на угол https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/b51d841a-797e-42a9-b4b3-ca879ff277e3.png получается точка N (0;1). В эту же точку можно попасть из точки М(1;0) при повороте на

угол https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/02d53979-c684-4148-88ed-f42b18058c37.png (рис.6)



(рис.6)

**Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля**

**Пример 1.**

Найти градусную меру угла, равного https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/d5fe9236-f85c-457e-9eb4-901822baf899.png рад.

**Пример 2.** Найти радианную меру угла, равного 60https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/581f38ef-b1f3-4922-8225-aed702579d74.png.

**Пример 3.**Найти длину дуги окружности радиуса 6 см, если её радианная мера https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/41b04a37-b49e-42f0-922a-d36a9f87bc66.png.

**Пример 4.**Найти площадь сектора, если радиус окружности 10 м, а радианная мера центрального угла https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/ace387ca-7617-481f-a84c-b0eb54e58e11.png.

**Пример 5.**Найти координаты точки М, полученной из точки N(1;0) поворотом на угол, равный https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4733/20190729094121/OEBPS/objects/c_matan_10_29_1/c57004d5-ad93-4f1c-96eb-86afc70c738f.png.