**Классическое определение вероятности.**

При изучении случайных событий возникает необходимость количественно сравнивать возможность их появления в результате опыта. Например, при последовательном извлечении из колоды пяти карт более возможна ситуация, когда появились карты разных мастей, чем появление пяти карт одной масти; при десяти бросках монеты более возможно чередование гербов и цифр, нежели выпадение подряд десяти гербов, и т.д. Поэтому с каждым таким событием связывают по определенному правилу некоторое число, которое тем больше, чем более возможно событие. Это число называется вероятностью события и является вторым основным понятием теории вероятностей. Отметим, что само понятие вероятности, как и понятие случайного события, является аксиоматическим и поэтому не поддается строгому определению. То, что в дальнейшем будет называться различными определениями вероятности, представляет собой способы вычисления этой величины.

**Определение:** Если все события, которые могут произойти в результате данного опыта,

а) попарно несовместны;

б) равновозможны;

в) образуют полную группу, то говорят, что имеет место схема случаев.

Можно считать, что случаи представляют собой все множество исходов опыта. Пусть их число равно п ( число возможных исходов), а при т из них происходит некоторое событие А (число благоприятных исходов).

**Определение:**  Вероятностью события А называется отношение числа исходов опыта, благоприятных этому событию, к числу возможных исходов:

p(A)=m/n

**Свойства вероятности.**

Из определения вытекают следующие свойства вероятности:

**Свойство 1.**

Вероятность достоверного события равна единице.

Доказательство.

Так как достоверное событие всегда происходит в результате опыта, то все исходы этого опыта являются для него благоприятными, то есть т = п, следовательно, Р(А) = 1.

**Свойство 2.**

Вероятность невозможного события равна нулю.

Доказательство.

Для невозможного события ни один исход опыта не является благоприятным, поэтому т = 0 и р(А) = 0.

**Свойство 3**.

Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей.

Доказательство.

Случайное событие происходит при некоторых исходах опыта, но не при всех, следовательно, 0 < m < n, и из (1.1) следует, что 0 < p(A) < 1.

Пример.

Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу вынут шар. Найти вероятность того, что он белый.

Решение.

Будем считать элементарными событиями, или исходами опыта, извлечение из урны каждого из имеющихся в ней шаров. Очевидно, что эти события удовлетворяют всем условиям, позволяющим считать их схемой случаев. Следовательно, число возможных исходов равно 10, а число исходов, благоприятных событию А (появлению белого шара) – 6 (таково количество белых шаров в урне). Значит:

p(A)=m/n=6/10=0,6

**Относительная частота. Статистическое определение вероятности.**

Классическое определение вероятности применимо только для очень узкого класса задач, где все возможные исходы опыта можно свести к схеме случаев. В большинстве реальных задач эта схема неприменима. В таких ситуациях требуется определять вероятность события иным образом. Для этого введем вначале понятие относительной частоты W(A) события A как отношения числа опытов, в которых наблюдалось событие А, к общему количеству проведенных испытаний:

W(A)=M/N,

где N – общее число опытов, М – число появлений события А.

Большое количество экспериментов показало, что если опыты проводятся в одинаковых условиях, то для большого количества испытаний относительная частота изменяется мало, колеблясь около некоторого постоянного числа. Это число можно считать вероятностью рассматриваемого события. **Определение**: Статистической вероятностью события считают его относительную частоту или число, близкое к ней.

**Замечание:** Из формулы следует, что свойства вероятности, доказанные для ее классического определения, справедливы и для статистического определения вероятности.

**Замечание:** Для существования статистической вероятности события А требуется:

1) возможность производить неограниченное число испытаний;

2) устойчивость относительных частот появления А в различных сериях достаточно большого числа опытов.

**Замечание:** Недостатком статистического определения является неоднозначность статистической вероятности.

Пример. Если в задаче задается вероятность попадания в мишень для данного стрелка (скажем, р = 0,7), то эта величина получена в результате изучения статистики большого количества серий выстрелов, в которых этот стрелок попадал в мишень около семидесяти раз из каждой сотни выстрелов.